



TITLE:

# ソルトフィンガー型対流の数値シミュレーション(複雑流体の数理解析とシミュレーション)

AUTHOR(S):

小紫, 誠子; 桑原, 邦郎; 河村, 哲也

---

CITATION:

小紫, 誠子 ...[et al]. ソルトフィンガー型対流の数値シミュレーション(複雑流体の数理解析とシミュレーション). 数理解析研究所講究録 2007, 1539: 70-78

ISSUE DATE:

2007-02

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/59067>

RIGHT:

# ソルトフィンガー型対流の数値シミュレーション

日本大学・理工学部 小紫 誠子 (Satoko Komurasaki)

College of Science and Technology, Nihon University

計算流体力学研究所 桑原 邦郎 (Kunio Kuwahara)

Institute of Computational Fluid Dynamics

お茶の水女子大学大学院・人間文化研究科 河村 哲也 (Tetuya Kawamura)

Graduate School of Humanities and Sciences, Ochanomizu University

**ABSTRACT** Salt fingers are formed where hot, salty water overlying colder, less salty water. In the ocean, solar radiation may warm the surface layer of the sea but this may also give a high evaporation rate increasing the salt concentration. Therefore, Salt fingers are often observed undersea. In the recent study, it has shown that salt fingers in an ocean area help to keep uniform temperature and salinity layers undersea. This phenomenon is concerned with vertical variation of the density. In the present paper, to investigate density changed by salt fingering, numerical simulation was carried out for double diffusive convection. The governing incompressible Navier-Stokes equations were solved by the multidirectional finite-difference method. For high-Reynolds-number flows, a third-order upwind scheme was utilized for the convective terms to stabilize the computation. Results of the computation were visualized suitably and they captured density variation due to salt fingers.

## 1 緒言

二重拡散対流とは、拡散係数の異なる2つの拡散物質により引き起こされる、様々な対流現象のことである。代表的なものに、海洋で観察されるソルトフィンガー等がある。ソルトフィンガーとは、温度と塩分濃度の2つの拡散物質による対流現象であり、高温高塩分濃度の水の層が低温低塩分濃度の水の層の上に重なっている場合に発生する。すなわち、温度に関しては安定成層、塩分濃度に関しては不安定成層、全体としては安定密度分布となっている場合に、塩分濃度差から引き起こされる対流である。これは、2つの層の境界付近において、熱の拡散の方が塩分のそれより大きいことから、塩分濃度平衡になる前に温度平衡となり、ここで塩分濃度差による浮力が支配的となるためである。

一方、海洋においては、密度をはじめ温度や塩分濃度が不連続な階段状に分布している海域が存在することが知られている。ちなみに、温度や塩分濃度が水深とともに滑らかに減少するのではなく、それらが一樣なある厚みを持つ層が幾重にも重なっている状態で温

度や塩分濃度が水深と共に減少していくのである (fig.1)。近年、この階段構造を保つためにソルトフィンガーが大きな役割を担っていることが分かってきた。ソルトフィンガーが温度よりも塩分を積極的に輸送し、結果として全体の密度勾配が大きくなる。このようにしてソルトフィンガーを挟んだ上下の層の低密度化と高密度化が明確な層を形成することに寄与していると言われている [1]。

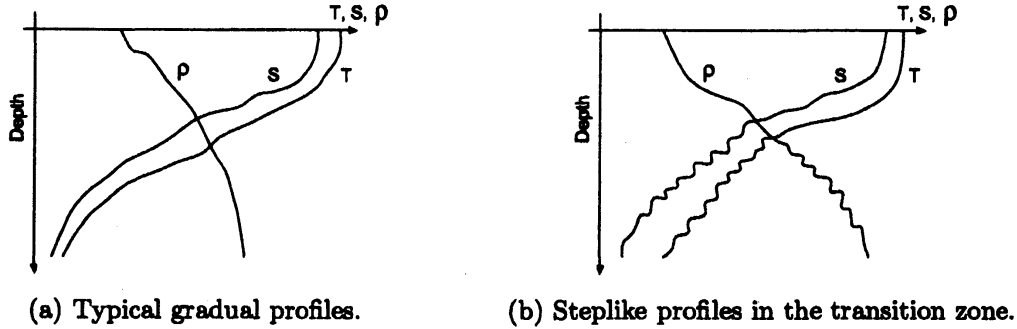


Fig.1 Profiles of temperature  $T$ , salinity  $S$  and density  $\rho$ , in the ocean.

本論文では、密度、温度、塩分濃度の階段状分布の保持にソルトフィンガーが寄与していることを計算によって確認することを目的として、そもそも、どのようなメカニズムで温度、塩分濃度が階段状分布となるのかを調べるために、二重拡散対流の2次元計算を行う。

## 2 数値解析法

### 2.1 支配方程式

流速が音速に比べて小さく、温度差や塩分濃度差が比較的小さい場合には、非圧縮性流体を仮定してブシネスク近似を用いることができる。本計算ではこれを適用する。支配方程式は、連続の式、Navier-Stokes 方程式、熱と塩分濃度に関するそれぞれの移流拡散方程式から成る。

$$\text{div} \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad} p + \frac{1}{\rho} \mu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{F}, \quad \mathbf{F} = \left(0, 0, -\frac{\rho'}{\rho} g\right) : \text{外力} \quad (2)$$

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{1}{\rho} \kappa_T \Delta T \quad (3)$$

$$\frac{DS}{Dt} = \frac{1}{\rho} \kappa_S \Delta S \quad (4)$$

$$\rho = \rho_w + \rho_w S, \quad \rho' = \rho_T + \rho_w S$$

$\mathbf{u}$ : 速度,  $p$ : 圧力,  $T$ : 温度,  $S$ : 塩分濃度,  $\rho$ : 密度,

$\rho_w$ : 代表温度  $T_0$  における水の密度 (定数),  $\rho_T$ : 温度  $T$  における水の密度

$\kappa_T$ : 熱拡散係数,  $\kappa_S$ : 塩分濃度拡散係数

ここで、基準状態における温度、塩分濃度、圧力、密度を以下のように決める。各値は、鉛直方向  $z$ 、すなわち重力が働く方向にのみ、変化するものとする。

$T_b$ : 基準温度,  $S_b$ : 基準塩分濃度,  $p_b$ : 基準圧力,  $\rho_b$ : 基準密度

基準圧力  $p_b$  と基準密度  $\rho_b$  は以下の式に従うものとする。

$$\frac{\partial p_b}{\partial z} = -\rho_b \cdot g \quad (5)$$

$\rho_b = \rho_{Tb} + \rho_w S_b$ ,  $\rho_{Tb}$ : 基準温度  $T_b$  における水の密度

圧力  $p$  を  $p = p_b + \delta p$  とおくと、式 (5) より圧力勾配は以下ようになる。

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \delta p}{\partial x}, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial \delta p}{\partial y}, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial \delta p}{\partial z} - \rho_b g$$

ゆえに、Navier-Stokes 方程式 (2) は以下のように書き換えられる。

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } \delta p + \frac{1}{\rho} \mu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{F}, \quad \mathbf{F} = \left(0, 0, \frac{\rho_b - \rho'}{\rho} g\right) \quad (6)$$

また、 $\rho_b = \rho_{Tb} + \rho_w S_b$ ,  $\rho' = \rho_T + \rho_w S$  であるから、

$$\rho_b - \rho' = \rho_{Tb} + \rho_w S_b - \rho_T - \rho_w S = (\rho_{Tb} - \rho_T) - (\rho_w S - \rho_w S_b)$$

ここで、水の体膨張率  $\beta$  を用いて

$$\rho_{Tb} - \rho_T = \rho_T \beta (T - T_b) \approx \rho_w \beta (T - T_b)$$

と書けるから、外力  $\mathbf{F}$  の鉛直成分は以下ようになる。

$$\frac{\rho_b - \rho'}{\rho} g \approx \frac{\rho_w}{\rho} (\beta (T - T_b) - (S - S_b)) g$$

ゆえに、

$$\mathbf{F} = \left(0, 0, \frac{\rho_w}{\rho} (\beta (T - T_b) - (S - S_b)) g\right). \quad (7)$$

この式を (6) に適用して、最終的に支配方程式は (1), (6), (3), (4) で与えられる。本計算では、これらの方程式から圧力に関するポアソン方程式を導出する Projection 法を用いて解く。

## 2.2 支配方程式の離散化

支配方程式の離散化においては差分法を用いるが、本計算においては特に計算の精度と安定性を保つために、多方向差分法 [2] を用いる。

方程式の差分化においては、移流項に関しては 3 次精度上流差分 (K-K スキーム)、それ以外の空間微分の項に関しては中心差分を適用する。また、時間積分においては Crank-Nicolson 陰解法を用いる。

圧力ポアソン方程式は、計算時間短縮のため多重格子法を適用して解く。

### 2.3 計算条件

ソルトフィンガー型対流とは、上層が高温高塩分濃度、下層が低温低塩分濃度という状態のときに、その層の境界付近で発生する。本計算では、2次元計算を行うが、その計算領域の鉛直方向長さを  $H$ 、水平方向長さを  $W$  とする長方形領域を計算領域とする (fig.2)。この領域内における初期の温度と塩分濃度の最小値を  $T_A, S_A$ 、最大値を  $T_B, S_B$  として、初期の温度と塩分濃度の分布を変えた fig.3 の A~C の場合について計算を行う。

境界条件は、水平方向においては周期境界条件、鉛直方向においては、温度と塩分濃度に関しては fig.4 のように計算領域全体として鉛直勾配を維持した周期的境界条件、その他速度、圧力に関しては通常の周期境界条件とする。

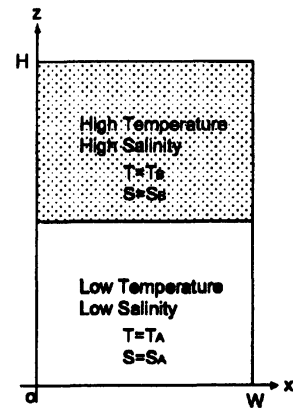


Fig.2 Computational domain.

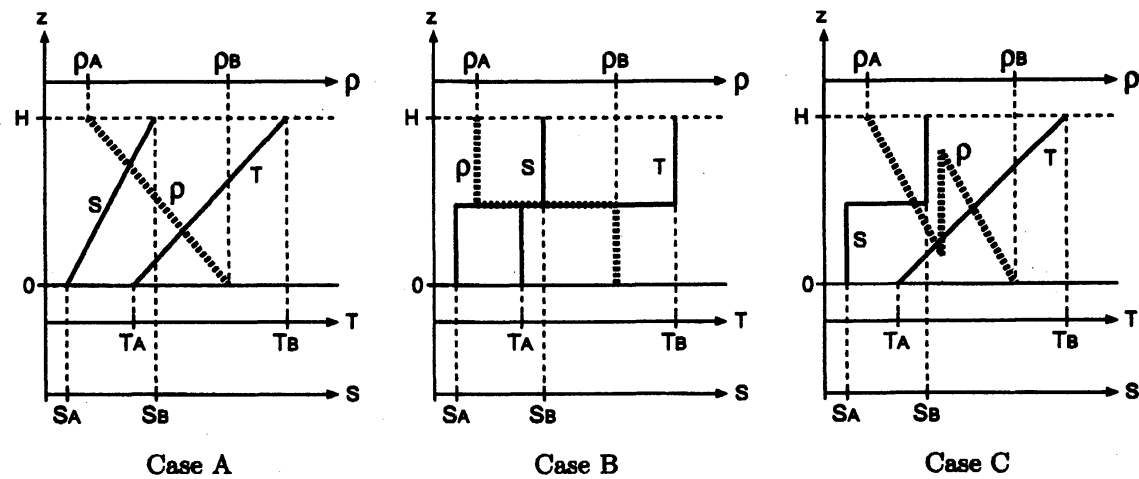


Fig.3 Initial conditions of temperature  $T$  and salinity  $S$ .

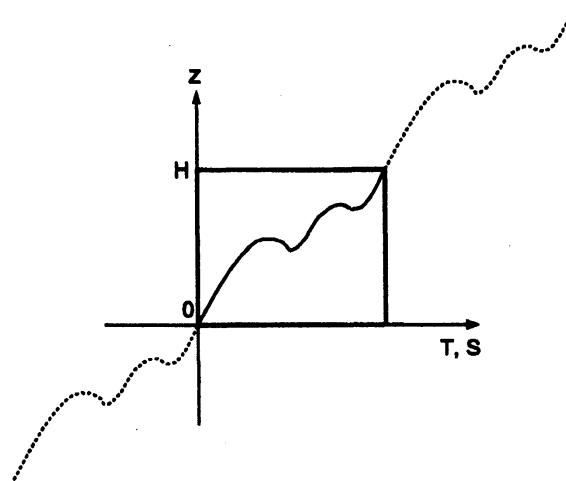


Fig.4 Boundary conditions of temperature  $T$  and salinity  $S$ .

## 2.4 パラメータ

本計算で用いたパラメータは以下の通りである。

$T_a: 300$ ,  $\rho_w: 10^3$ ,  $\mu: 854.4 \times 10^{-6}$ ,  $g: 9.8$ ,  $\beta: 2.1 \times 10^{-4}$ ,  
 $\kappa_T: 1.453 \times 10^{-4}$ ,  $\kappa_S: 1.453 \times 10^{-6}$  (MKS 単位系.)

また、A～C の各ケースにおける計算領域の大きさと格子分割数、温度  $T$  と塩分濃度  $S$  の初期条件を以下に示す。

	H × W (m) (格子分割数)	$T_A$ (K)	$T_B$ (K)	$S_A$	$S_B$
A	1.0 × 0.5 (512 × 256)	273	276	0	0.0006
B	1.0 × 0.5 (512 × 256)	273	276	0	0.0006
C	0.5 × 0.75 (256 × 256)	273	280	0	0.0006

なお、基準温度  $T_b$  と基準塩分濃度  $S_b$  は、それぞれ温度  $T$  と塩分濃度  $S$  の初期条件と同様の値とした。

## 3 計算結果

初期条件を A～C のように変えた場合について、計算結果を示す。それぞれの流れ場の時間発展の様子を fig.5～7 に示す。表示しているのは塩分濃度であり、色が濃い方が値が大きいことを表している。Fig.8 は、C の場合における温度  $T$ 、塩分濃度  $S$ 、密度  $\rho$  の、中心を通る鉛直軸に沿った分布の時間的変化を示している。Fig.7 と Fig.8 はそれぞれ同時刻の結果を示している。

## 4 考察

A, B の場合においては、特に温度や塩分濃度が均一化した明確な層が表れることはなく、全体として緩やかな分布となる方向に現象は進む。

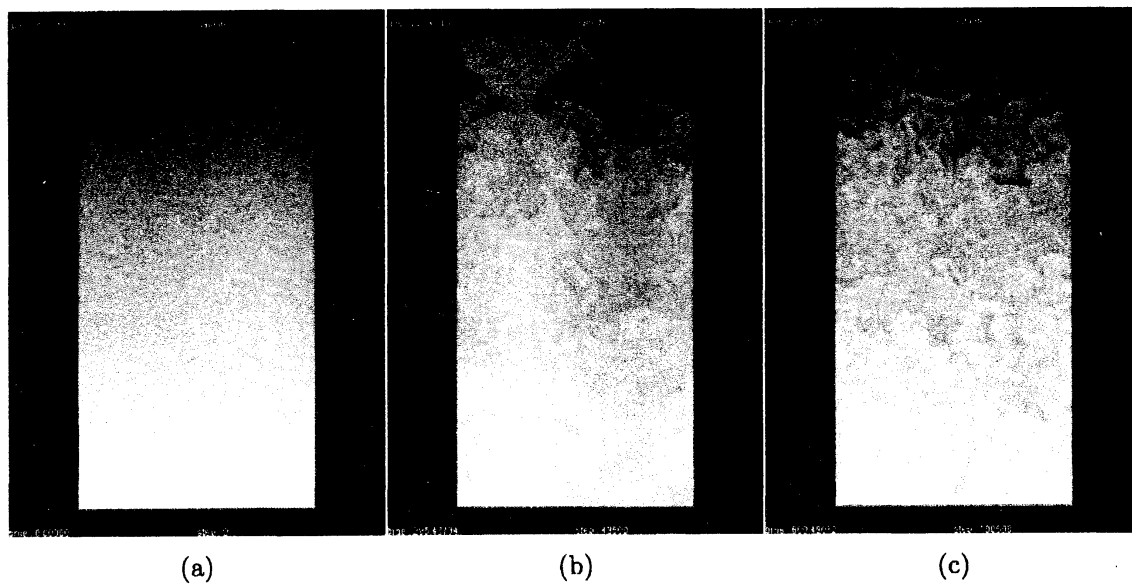
一方 C の場合では、Fig.8(a) に見られるように、初期の密度分布において一部で大規模な逆転層を成している状態であることが分かる。このため、現象としては、まずこの逆転層における不安定性から密度流が起こり ((a)～(d))、逆転層が消滅した後に、温度、塩分濃度、密度が均一となる層が形成されて、その内部で密度流が継続する状態となる ((e)～(g))。しかしやがては粘性の影響により、密度流が抑えられ、最終的には均一層は消滅して A, B の場合と同様に温度や塩分濃度が一様に変化する状態に落ち着く ((h))。また、均一層が形成されている間は、層の境界においてソルトフィンガーが発生していることが分かる。

## 5 結論

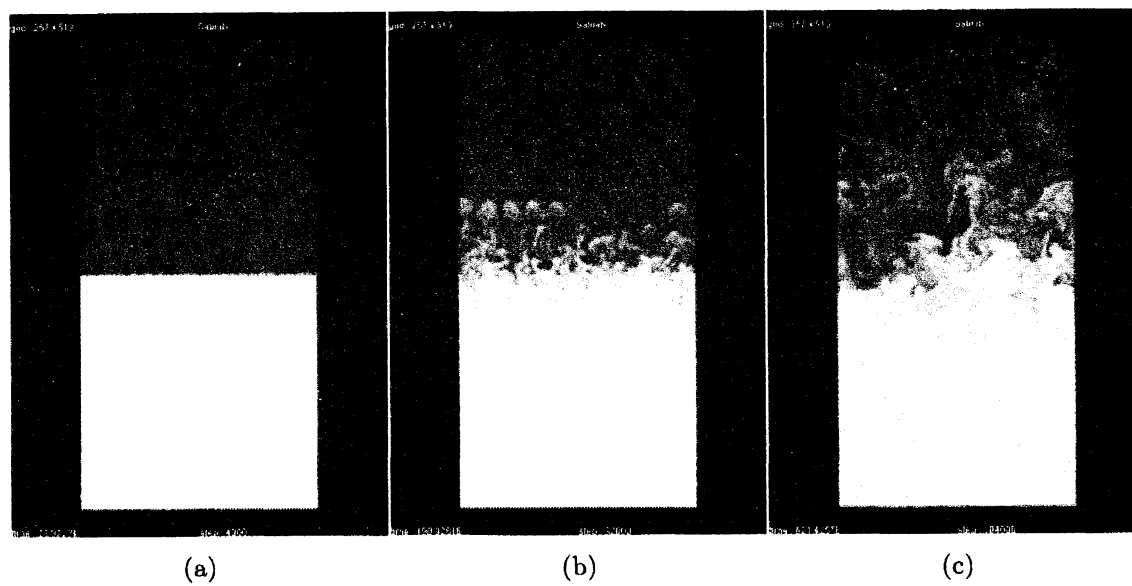
温度と塩分濃度の初期条件がCの場合において、明確な均一層が形成された。これは初期にある程度の規模の密度の逆転層が一部に形成されたことにより、その”位置エネルギー”によって発生した密度流がある範囲をかき回し、均質化したものと考えられる。しかしながら、この密度流も粘性の影響により徐々に抑えられ、最終的には均一層は消滅した。これらの結果から、温度や塩分濃度を均一化するある程度大規模な流れが存在することにより、均一層が維持されることが分かった。またその層の境界にはソルトフィンガーが絶えず発生していることも示された。

## 参考文献

- [1] Schmitt, R. W., "The Ocean's Salt Fingers," Scientific American May95, Vol. 272, 5 (1995), pp. 70-75.
- [2] Kuwahara, K., "Unsteady Flow Simulation and Its Visualization," AIAA Paper 99-3405 (1999).
- [3] Radko, T., "A mechanism for layer formation in a double-diffusive fluid," J. Fluid Mech., Vol. 497 (2003), pp. 365-380.

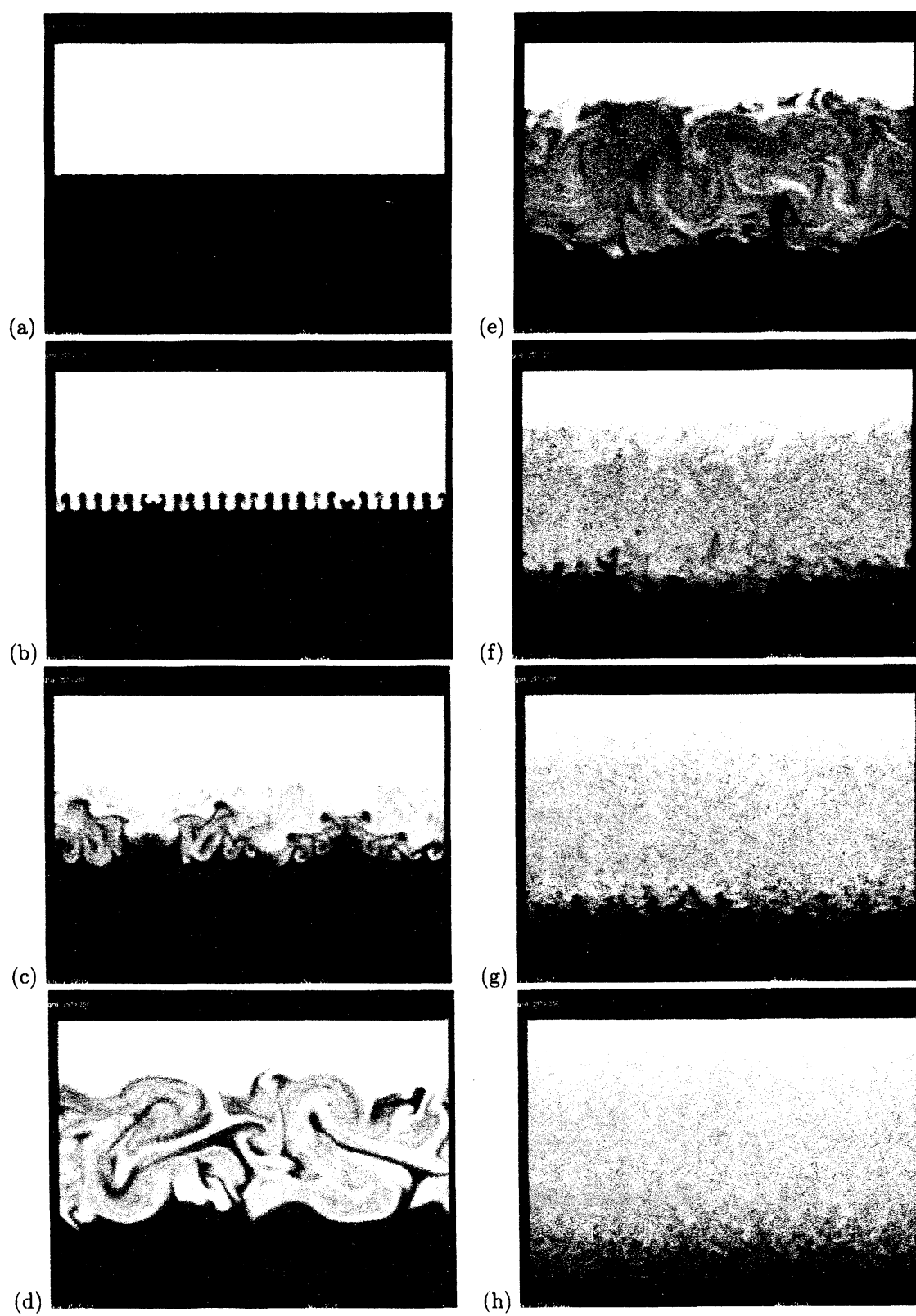


**Fig.5** Time development of salinity field in Case A.

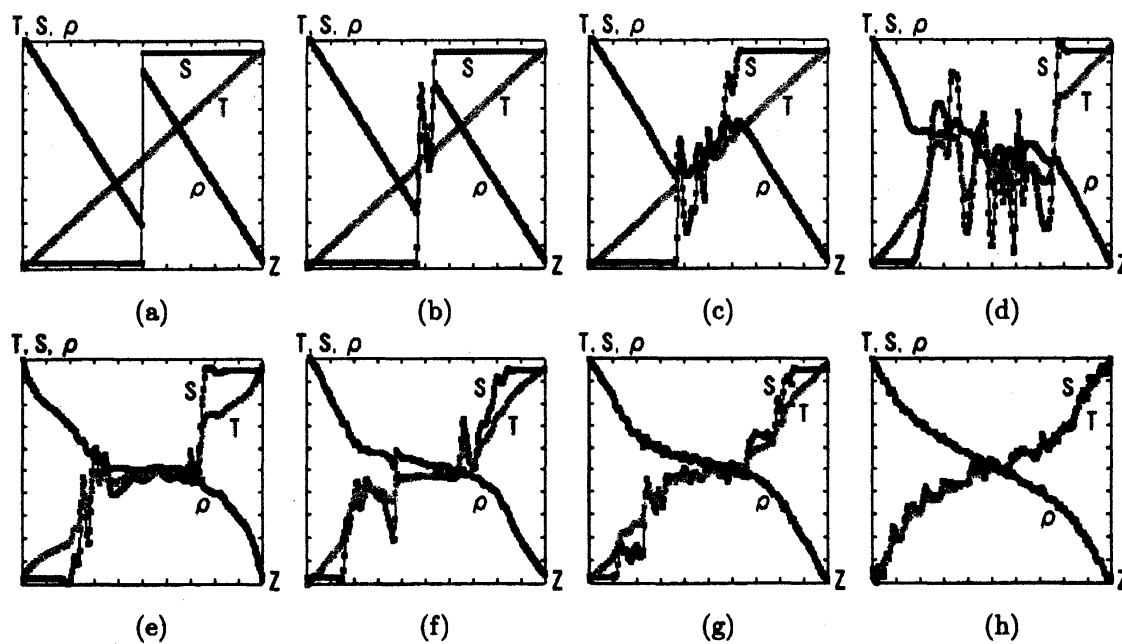


**Fig.6** Time development of salinity field in Case B.





**Fig.7** Time development of salinity field in Case C.



**Fig.8** Time development of temperature, salinity and density profile along the vertical axis of the center in Case C.